Die allgemeine Relativitätstheorie als Ausgangspunkt einer Theorie der Quantengravitation

Christian Wüthrich
University of California, San Diego

1. Einführung: Ein Blick über die allgemeine Relativitätstheorie hinaus

Philosophie von Raum und Zeit kann nur dann legitimerweise von sich behaupten, Raum und Zeit zu beschreiben, wie sie wirklich sind, wenn sie sich mit einschlägigen wissenschaftlichen Erkenntnissen beschäftigt und diesen angemessen Rechnung trägt. Die allgemeine Relativitätstheorie (ART) ist gegenwärtig die beste wissenschaftliche Theorie mit direkten Implikationen für die philosophische Auseinandersetzung mit Raum und Zeit (vgl. die Beiträge von Bartels und Carrier in diesem Band). In dem Masse, wie wir erwarten, dass die ART eine wahre Theorie ist, muss also die Philosophin von Raum und Zeit diese in Erwägung ziehen und deren Konsequenzen für die Metaphysik von Raum und Zeit beachten. Nun ist es aber gerade so, dass kein Physiker wirklich davon ausgeht, dass die ART eine bedingungslos wahre Theorie ist, weil sie noch keine Quanteneffekte berücksichtigt (oder weil sie bereits klassisch für kosmologische Zwecke nicht genügend allgemein ist). Natürlich ist sie eine der empirisch am besten bestätigten Theorien in der Geschichte der Wissenschaft (Will 2006). Aber trotzdem gibt es gute Gründe, zu glauben, dass gewisse kosmologische und astrophysikalische Phänomene, die eine fundamentale physikalische Theorie zu beschreiben in der Lage sein sollte, den Geltungsbereich der ART übersteigen.

Um eine allzu grosse Überschneidung mit den Beiträgen von Hedrich und Kiefer zu vermeiden, werde ich hier nur sehr kurz auf die Gründe der Notwendigkeit einer Quantentheorie der Gravitation eingehen (siehe auch Wüthrich 2005 und 2011). Unter einer Quantentheorie der Gravitation (QTG) verstehe ich eine konsistente Theorie, die Gravitation mit einer Quantenbeschreibung der Materie kombiniert. Entgegen der in der Physik sonst üblichen Definition muss eine solche Theorie also nicht die Gravitation selber einer Quantenbeschreibung unterwerfen; stattdessen könnte sie sie klassisch verstehen und formulieren, wie eine klassische Gravitation mit einer Quantenbeschreibung der Materie einhergeht. Natürlich bestehen zwischen der ART und den verschiedenen Quantentheorien starke konzeptionelle Spannungen, gerade bezüglich Raum, Zeit, Kausalität und Aufbau der Materie. Diese Spannungen alleine bedingen allerdings noch keine QTG, da es denkbar ist, dass mindestens eine der beiden Seiten einfach einer Rekonzeptualisierung bedarf, die die Spannung lösen würde. Diese Möglichkeit sollte angesichts der Tatsache, dass sowohl Relativität wie insbesondere auch Quantenphysik nicht frei von ungelösten Grundlagenfragen sind, nicht ausser Acht gelassen werden. Eine ähnlich gerichtete Argumentation verlangt eine QTG aufgrund einer Forderung nach Vereinheitlichung. Als metaphysisches Dogma muss eine solche Forderung verworfen werden, wenn sie auch als heuristische Arbeitshypothese durchaus ihre Berechtigung hat—nicht zuletzt wegen ihrer Rolle in diversen Episoden wissenschaftlichen Fortschritts in der Geschichte der Physik.

Oftmals wird auch behauptet, dass eine QTG deshalb benötigt wird, weil die ART an den von ihr vorausgesagten Singularitäten versagt. Dass in kosmologischen Modellen der ART insbesondere die Anfangssingularität—der Urknall—generisch auftritt, wird oft so gewertet, dass die ART den Samen ihrer eigenen Zerstörung in sich trägt. Strikte gesagt bedeutet die Vorhersage des Urknalls aber nicht den Untergang der ART, da die damit verbundene Singularität nicht Teil der von der ART beschriebenen Raumzeit ist und die Theorie deshalb „dort" gar nicht versagen kann da sie über die Physik „an" der Singularität schlicht keine Vorhersagen macht. In der Nachbarschaft dieser fehlgeleiteten Rechtfertigung befindet sich allerdings das überzeugendste Argument weshalb eine QTG notwendig ist: Phänomene, die im sehr frühen Universum oder im späten Stadium von schwarzen Löchern auftreten, können nur dann verstanden werden, wenn eine Theorie zur Verfügung steht, die sowohl mit starken Gravitationsfeldern, wie auch mit Quanteneffekten der Materie umgehen kann. Die räumlich kleinen Skalen sowie die hohe Materie- und Energiedichte bedingen dabei eine solche Theorie. Es bleibt allerdings anzumerken, dass die Notwendigkeit einer QTG nicht die Notwendigkeit der Quantisierung des Gravitationsfeldes impliziert. Eine QTG kann sehr wohl, zumindest im Prinzip, klassische Gravitation mit Quantenmaterie konsistent zusammenfügen, diversen Argumenten gegen eine solche „semi-klassische" Theorie zum Trotz (Huggett und Callender 2001, Wüthrich 2005, Albers et al. 2008).

Im nächsten Abschnitt (§2) werde ich zunächst die grundlegenden Prinzipien der ART einführen und kurz diskutieren. Dies ist deshalb angebracht, weil eine wichtige Familie von Ansätzen eine QTG zu formulieren von der ART ausgeht. In §3 wird eine zur Anwendung des sogenannten kanonischen Quantisierungsverfahrens notwendige Umformulierung der ART eingeführt und eine kurze Einführung in die gegenwärtig erfolgversprechendste, auf der ART basierenden QTG, der Schleifenquantengravitation oder „Loop Quantum Gravity" (LQG), gegeben. Dabei treten zwei bislang unüberwundene Probleme auf, die beide die Physiker vor mathematische und philosophische Herausforderungen stellen, die in §4 behandelt werden. Es handelt sich dabei erstens um das „Problem der Zeit", das begriffliche „Pièce de resistance", das auftritt, weil in der umformulierten ART keine dynamische Entwicklung von physikalischen Grössen mehr möglich scheint. Zweitens gibt es starke Hinweise darauf, dass die klassische Raumzeit mit ihrer kontinuierlichen Geometrie auf der Ebene der Quantentheorie verschwindet. Gemäss der gegenwärtig üblichen Interpretation der LQG gehören also Raum und Zeit, wie sie in klassischen Theorien der Physik oder in der Quantenmechanik auftreten, gar nicht mehr zum fundamentalen Inventar der physischen Realität.

2. Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie

Das Herzstück der ART sind die sogenannten Einsteinschen Feldgleichungen, die die Geometrie der Raumzeit mit deren Energie- und Materiegehalt punktweise in Beziehung setzen. Das geschieht so, dass die ART semantisch als Menge von geordneten Tripeln $<M, g, T>$ („Modelle"), die die Einsteinschen Feldgleichungen

$$G[g] = 8\pi T$$

erfüllen, verstanden werden kann. Dabei ist M die vierdimensionale Mannigfaltigkeit, auf welche die physikalischen Felder „gelegt" werden, g das sogenannte *metrische Feld*, das die Informationen über die raumzeitlichen Relationen zwischen den Punkten von M enthält, $G[g]$ ein Funktional der Metrik g und ihren ersten und zweiten partiellen Ableitungen, das die vollständige Information über die geometrische Struktur der Raumzeit beinhaltet, und T der Energie-Impuls-Tensor der die Verteilung von Energie und Materie im Universum beschreibt. Es ist also aus den Einsteinschen Feldgleichungen direkt ersichtlich, dass die Raumzeitgeometrie und die Verteilung der Materie und der Energie wechselwirken und die Gravitation in einem gewissen Sinn also als Krümmung der Raumzeit verstanden wird. In diesem Abschnitt sollen im Weiteren die der ART zugrundeliegenden Prinzipien erörtert werden.

Das sogenannte *Äquivalenzprinzip* ist in der ART sowohl historisch als auch systematisch von absolut zentraler Bedeutung. In der vorrelativistischen Physik fordert es die Gleichheit von träger und schwerer Masse aller physikalischen Körper. Weil gemäss einem berühmten Gedankenexperiment Einsteins in einem fensterlosen Labor Effekte, die durch Gravitationsfelder entstehen, nicht von solchen, die durch Beschleunigungen hervorgerufen werden, unterschieden werden können, fordert Einstein in einem verallgemeinerten Äquivalenzprinzip, dass Effekte der Schwerkraft und der Trägheit von derselben Struktur, dem sogenannten *inertio-gravitativen Feld*, verursacht werden. Dieses inertio-gravitative Feld kann von kinematisch verschiedenen Beobachtern unterschiedlich in inertiale und gravitative Teile zergliedert werden, ohne dass im Allgemeinen eine solche Zergliederung gegenüber andern privilegiert wäre. Das Einsteinsche Äquivalenzprinzip bedeutet nun, dass die raumzeitliche Struktur, die für die Effekte der Trägheit verantwortlich ist, und das Gravitationsfeld, das Effekte der Schwerkraft zeitigt, nicht mehr wie in der bisherigen Physik verschieden sein können, sondern ein und dasselbe sind. Dieses Feld wird üblicherweise in der ART als durch das metrische Feld g beschrieben verstanden, allgemeiner auch durch den differentialgeometrischen Zusammenhang. In der Newtonschen Physik wird ein zeitlich variables Gravitationsfeld über den fixen räumlichen Untergrund gelegt. Vierdimensional formuliert bedeutet das, dass die Trägheit von einem raumzeitlichen Hintergrund verursacht wird, auf den die darin bewegten Körper keine ursächliche Wirkung haben. Andererseits wird auf diesen raumzeitlichen Hintergrund ein Gravitationsfeld gelegt, genauso wie das beispielsweise mit elektrischen oder magnetischen Feldern gemacht wird, wenn entsprechende Quellen vorhanden sind. Anders als die—man ist versucht zu sagen „inerte"—Raumzeit, die durch die Bewegungen der Körper nicht beeinflusst wird, ist in der vorrelativistischen Physik das Gravitationsfeld sowohl Quelle wie auch Ziel gravitativer Wirkung.[1]

Ganz anders in der ART: durch die Identifikation von Raumzeit und Gravitationsfeld wird die Theorie „hintergrundsunabhängig", d.h. sie lässt keine Raumzeitstruktur mehr zu, die bloss der restlichen Physik als fixe Bühne dient ohne dass sich dabei das „auf" ihr stattfindende Drama auf sie einwirken würde. In der ART nimmt die Bühne sozusagen am Schauspiel teil.

---

[1] Dabei sei ausser Acht gelassen, ob das Gravitationsfeld in der vorrelativistischen Physik ein „Etwas"—ein eigenes Substratum—ist oder nicht.

Damit stellt sich die Frage nach der formalen Implementierung dieser Hintergrundsunabhängigkeit. Dies geschieht durch die Forderung nach *allgemeiner Kovarianz*, also gemäss Einstein (1916, 776) danach, dass die von der Theorie postulierten allgemeinen Naturgesetze durch Gleichungen auszudrücken sind, die für alle Koordinatensysteme gelten, d.h. unter beliebigen (differenzierbaren) Koordinatentransformationen formgleich bleiben. Ohne auf Details einzugehen—diese werden in Wüthrich (2006, §3.2) erörtert—,[2] wird der Forderung nach allgemeiner Kovarianz durch das Prinzip der Invarianz unter Raumzeit-Diffeomorphismen genügt. Ein Raumzeit-Diffeomorphismus ist eine Abbildung von der Mannigfaltigkeit M auf sich selber, die umkehrbar eindeutig und beliebig oft differenzierbar ist, und eine beliebig oft differenzierbare Umkehrabbildung besitzt. Dabei werden nicht bloss die Koordinatensysteme transformiert—das ist immer möglich—, sondern alle Felder auf M „herumgeschoben". Das Prinzip der Invarianz unter Raumzeit-Diffeomorphismen besagt nun, dass Raumzeit-Diffeomorphismen Modelle der Theorie in Modelle der Theorie abbilden. Man könnte also sagen, dass die Menge der Modelle der ART unter Raumzeit-Diffeomorphismen geschlossen ist. Um den physikalischen Gehalt der Invarianz unter Raumzeit-Diffeomorphismen ausdrücken, wird oft auch gesagt, dass die Raumzeit-Diffeomorphismen in der ART *Eichsymmetrien* sind. Eichsymmetrien sind dann zwischen zwei ursprünglich als verschieden angenommenen Situationen vorhanden, wenn diese Verschiedenheit bloss eine Verschiedenheit der mathematischen Darstellung etwa in der Wahl der Koordinatensysteme ist und die tatsächlich physikalisch vorhandene Situation in beiden Fällen ein und dieselbe ist.[3] Das sogenannte *Lochargument* beruht auf dem Prinzip der Invarianz unter Raumzeit-Diffeomorphismen und wird im Beitrag von Andreas Bartels weiter behandelt.

Diese einfachen physikalischen Prinzipien führen zusammen mit ein paar weiteren, hier nicht weiter diskutierten, Postulaten und mit ein wenig tensoriell formulierter Differentialgeometrie der gekrümmten Räume zu einer mathematisch sehr schönen und empirisch sehr erfolgreichen Theorie der Gravitation—der ART. Wie aber in §1 festgestellt wurde, kann ein zufriedenstellendes Verständnis vom frühen Universum und von schwarzen Löchern nur durch eine QTG gewonnen werden. Der gegenwärtig meistbeachtete direkt auf der ART basierende Ansatz zur Formulierung einer QTG ist die LQG, auf die im nun folgenden Abschnitt eingegangen werden soll.

3. Hamiltonsche allgemeine Relativitätstheorie und LQG

In diesem Abschnitt soll eine qualitative Einführung in die LQG gegeben werden.[4] Die LQG versucht ein kanonisches Quantisierungsverfahren direkt auf die klassische ART anzuwenden. Zu diesem Zwecke muss die ART in eine alternative Formulierung—die sogenannte *kanonische* oder *Hamiltonsche*

---

[2] Siehe zur allgemeinen Kovarianz auch Ehlers (2007) und Giulini (2007).

[3] Ich folge hier Wald (1984, 438) in meiner Definition von Eichsymmetrie. Die ART ist *keine* Eichtheorie im strengeren Sinne des Begriffs wie er in der Elementarteilchenphysik verwendet wird.

[4] Für eine systematische Übersicht vorallem der physikalischen Aspekte der LQG ist insbesondere Rovelli (2004) zu empfehlen, für die mathematischen Grundlagen Thiemann (2007).

Formulierung—umgegossen werden. Der Ansatz der LQG ist insofern konservativ als dass versucht wird, möglichst die in §2 diskutierten Grundlagen der ART unter Anwendung eines anderweitig in der Physik erfolgreichen und mathematisch gut verstandenen Verfahrens möglichst vollumfänglich in eine QTG hinüber zu retten.

Eine Hamiltonsche Formulierung der ART begreift das physikalische System als ein dynamisches, dessen Freiheitsgrade durch je zwei sogenannt kanonische Variablen (verallgemeinerte Koordinaten und die dazu konjugierten verallgemeinerten Impulse) erfasst werden. Diese Variablen werden dann durch die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen in Beziehung zur Gesamtenergie des Systems gesetzt, wobei sich die Dynamik des Systems ergibt. Damit wird also der ART eine dynamische Interpretation auferzwungen. Trotz damit verbundener Vorbehalte hat eine Hamiltonsche Version der ART den Vorteil, dass sie eine sehr direkte Verbindung zum Anfangswertproblem in der ART zulässt. Eine solche Verbindung ist in der Standardformulierung der ART nicht ohne Weiteres ersichtlich, da diese in der Sprache der Vierdimensionalität gehalten ist. Und natürlich gilt immer noch Minkowskis zentrale Einsicht, wonach diese vierdimensionale Raumzeit nicht in einer physikalisch gerechtfertigten Art und Weise in eine ein-parametrige Schar von dreidimensionalen „Scheiben" aufgeschnitten und so in Raum und Zeit zerteilt werden kann. Da die Hamiltonsche ART genau das zu tun scheint, bringt diese Verwandtschaft mit einem typischen Anfangswertproblem eben gerade auch Bedenken mit sich, dass diese relativistische Einsicht vergessen gehen könnte. Das ist aber zumindest nicht offensichtlich der Fall, da die Hamiltonsche ART dieser Lektion in Form von zusätzlichen Zwangsbedingungen gerecht wird.

In der LQG, wie auch in früheren verwandten Ansätzen, zeigt sich nun, dass die Hamiltonschen Gleichungen alleine nicht mit den Einsteinschen Feldgleichungen äquivalent sind. Um die Äquivalenz (zumindest in einer gewissen Weise) zu erreichen, müssen zusätzliche Zwangsbedingungen an die kanonischen Variablen den Hamiltonschen Gleichungen hinzugefügt werden. Diese Zwangsbedingungen bedeuten, dass die Anfangsdaten nicht völlig frei gewählt werden können.[5] Die Zwangsbedingungen sind ein mathematischer Ausdruck für die Präsenz von sogenannter *Eichfreiheit*, d.h. eine Redundanz der Repräsentation in der mathematischen Darstellung der physikalischen Situation. Diese Redundanz entsteht als Konsequenz der Tatsache, dass die Gruppe der vierdimensionalen Diffeomorphismen die dynamische Symmetriegruppe der ART ist, wie das vom Prinzip der allgemeinen Kovarianz verlangt wird.

Es entstehen drei (Familien von) Zwangsbedingungen. Die erste heisst die skalare oder *Hamiltonsche Zwangsbedingung*, weil sie zeigt, dass die in Hamiltons Gleichungen auftretende Hamiltonsche Funktion selber eine Zwangsbedingung ist (falls keine Randterme vorhanden sind). Die Absenz einer dem physikalischen System externen Bezugszeit führt also dazu, dass die dynamische Gleichung so selber eine Zwangsbedingung ist und mit einer Eichredundanz verbunden ist, die keine beobachtbaren Konsequenzen hat. Die zweite Zwangsbedingung besteht eigentlich aus deren drei; sie heissen *vektorielle Zwangsbedingungen* und korrespondieren mit dreidimensionalen, „räumlichen" Diffeomorphismen. Schliesslich finden wir noch

[5] Für Details, wie die Zwangsbedingungen in einem der LQG verwandten Fall entstehen, siehe Wald (1984, Kap. 10 und Appendix E.2).

eine dritte Gruppe von Zwangsbedingungen: die sogenannten *Gaussschen Zwangsbedingungen*, die Eichsymmetrien der Drehung der Dreibeine entsprechen, die bei den Ashtekar Variablen auftreten, wovon gleich mehr.

Die so umformulierte klassische Theorie wird nun einem „Quantisierungsverfahren" unterworfen, wie es von Paul Dirac vorgeschlagen wurde. Die Grundidee ist dabei, dass die kanonischen Variablen zu Quantenoperatoren erhoben werden, die auf einen Raum von Quantenzuständen wirken, und dass dabei ihre in den Poissonklammern der klassischen Theorie enthaltene relationale Struktur in kanonische Kommutationsrelationen zwischen den basalen kanonischen Operatoren umgewandelt wird. Die Zwangsbedingungen werden zu Wellengleichungen mit funktional den klassischen Zwangsbedingungen entsprechenden Zwangsoperatoren, die auf Quantenzustände wirken. Diese Wellengleichungen müssen anschliessend gelöst werden, da nur Quantenzustände, die alle Wellengleichungen erfüllen, auch als physikalisch distinkte Zustände anerkannt werden. Der übrigbleibende Raum dieser physikalischen Zustände heisst *physikalischer Hilbertraum*.

Um dieses kanonische Programm allerdings halbwegs erfolgreich durchzuführen, mussten zuerst geeignete Variablen gefunden werden, die die mathematischen Schwierigkeiten in Grenzen halten. Solche Variablen wurden in den 1980er Jahren von Abhay Ashtekar gefunden, wenn auch sie leider diese Schwierigkeiten nicht vollständig aus dem Weg räumen. Obwohl bei den Ashtekar Variablen die direkte geometrische Interpretation früherer Ansätze verloren geht, lässt sich deren Bedeutung kurz umreissen. Die Geometrie der Raumzeit wird auf der noch klassischen Ebene durch ein „Triadenfeld" gegeben, wobei die „Triaden", oder Dreibeine, lokale Inertialsysteme bezeichnen. Im Wesentlichen werden die Einsteinschen Feldgleichungen als Aussagen nicht über ein metrisches Feld, sondern über einen „Zusammenhang" verstanden, also über eine mathematische Grösse, die den Paralleltransport von Vektoren entlang von Kurven anleitet.

Wenn das kanonische Quantisierungsverfahren auf die auf Ashtekar Variablen basierenden Hamiltonschen Formulierung der ART angewandt wird, ist es aber leider so, dass bisher bloss die Gaussschen und die vektoriellen Zwangsbedingungen gelöst werden konnten, während die Hamiltonsche Zwangbedingung sogar noch ihrer expliziten Formulierung harrt. Das ist das Problem der noch unverstandenen Dynamik in der LQG. Der physikalische Hilbertraum ist deshalb noch nicht gefunden, sondern bloss der sogenannt *kinematische*, der aus allen Zuständen besteht, die die andern Zwangsbedingungen erfüllen, nicht unbedingt aber die Hamiltonsche.

Da der kinematische Hilbertraum vergleichsweise gut verstanden ist, lässt er bis zu einem gewissen Grade auch eine Interpretation zu. Seine Elemente heissen *Spinnetzwerke*, die als Quantenzustände des Gravitationsfeldes aufgefasst werden können—zumindest in seiner räumlichen Verteilung.[6] Diese Spinnetzwerke können durch markierte Graphen repräsentiert werden, d.h. durch Graphen bestehend aus

[6] Genau genommen handelt es sich um sogenannte *S-Knoten-Zustände*, die als Äquivalenzklassen von Spinnetzwerken unter drei-dimensionalen Diffeomorphismen verstanden werden. Repräsentiert werden die S-Knoten-Zustände durch abstrakte Graphen, also Äquivalenzklassen unter knotentheoretisch invarianten Transformationen von in Hintergrundmannigfaltigkeiten eingebetteten Graphen.

Knoten und Kanten, die diese verbinden. Sowohl die Knoten wie auch die Kanten sind durch „Spin“-Repräsentationen markiert, d.h. durch halbzahlige positive Zahlen. Die Quantenzahlen auf den Knoten sind Eigenwerte des Volumenoperators und jene auf den Kanten sind Eigenwerte des Flächenoperators. Volumen- und Flächenoperator sind auf dem kinematischen Hilbertraum definiert und geben ein Mass für das Volumen, respektive für die Oberfläche, des Quantenzustandes, auf den der Operator angewandt wird.[7] Dass die Spektren beider Operator diskret sind, wird allgemein als Zeichen gewertet, dass zumindest der so quantisierte Raum auf kleinen Skalen „granular“ ist, also aus atomaren „Raumkörnern“ besteht, und nicht etwa beliebig teilbar ist, wie das in der ART—und in der gesamten vorgängigen Physik—noch der Fall war. Falls diese Wertung korrekt ist, wird damit der in der Physik bis anhin übliche kontinuierliche Raum ein emergentes Phänomen und ist nicht mehr Teil der fundamentalen Wirklichkeit.

Die zwei zentralen Probleme der LQG sind erstens unser ungenügendes Verständnis der Dynamik und zweitens die Schwierigkeit zu erklären, weshalb die klassische ART empirisch so erfolgreich ist, wie sie das ist. Beide Probleme haben sowohl technische wie auch philosophische Aspekte, und beide treten in der einen oder andern Form in vielen Ansätzen in der Quantengravitation zutage. Einerseits hängt das Problem, die Dynamik zu verstehen, ebenso eng mit den mathematischen Schwierigkeiten, die Hamiltonsche Zwangsbedingung zu lösen, wie auch mit den begrifflichen Herausforderungen des „Problems der Zeit“ zusammen. Andererseits ist das ungenügend verstandene Verhältnis der LQG zur ART sowohl mit der eher technischen Aufgabe, die ART als den korrekten klassischen Grenzfall der LQG zu verstehen, wie auch mit der Problematik, die Emergenz der glatten Raumzeit aus der zugrundeliegenden körnigen Quantenstruktur zu erklären, verbunden. Letztere Problematik erwächst in verwandter Weise auch ganz allgemein Erklärungsversuchen von klassischen Erscheinungen in einer durchgehenden Quantenwelt. Die eher philosopischen Aspekte beider Hauptprobleme der LQG sollen im letzten, nun folgenden, Abschnitt angeschnitten werden.

4. Das Problem der Zeit und die Emergenz der Raumzeit

Parmenides von Elea behauptete, dass die Welt letztlich ein unveränderliches, unerschaffenes und unvergängliches Ganzes sei und dass die Veränderungen, die wir wahrzunehmen glauben, bloss scheinbar sind, und dass die Wirklichkeit also zeitlich „eingefroren“ ist. In neuerer Zeit waren nur sehr wenige Philosophen von seinem Weltbild zu überzeugen; für die meisten stellen die doch immerwährenden Veränderungen, die wir erfahren, eine ausreichende Grundlage zur Verwerfung der parmenidischen Metaphysik dar. Überraschenderweise stellt sich nun aber heraus, dass seine steile Hypothese aus der Hamiltonschen ART und der darauf basierenden QTG Unterstützung erhält.

[7] Leider ist es so, dass beide Operator nicht mit dem Hamiltonoperator, der ja eine Zwangsbedingung definiert, kommutieren. Sie korrespondieren deshalb nicht ohne weiteres mit physikalischen Grössen, weil Operatoren, die nicht mit allem Zwangsoperatoren kommutieren, nicht eichinvariant und also nicht unabhängig von ihrer Repräsentation sind.

Bereits in der Standardversion der ART stellt sich heraus, dass es alles andere als trivial ist, eine physikalische Zeit zu isolieren. In der Newtonschen Physik ist Gleichzeitigkeit absolut, was dadurch ausgedrückt wird, dass *gleichzeitig* eine Äquivalenzrelation ist, d.h. sie ist reflexiv, symmetrisch und transitiv. Die Gleichzeitigkeit erlaubt deshalb die Einführung einer objektiven, also vom Bezugssystem unabhängigen, Partition aller raum-zeitlichen Ereignisse in Äquivalenzklassen von gleichzeitigen Ereignissen und damit auch einer objektiv gültigen, räumlich ausgedehnten Gegenwart. Mit dieser Struktur lässt sich in der Newtonschen Physik dann eine durch die Zeit induzierte totale Ordnungrelation auf der Menge aller Ereignisse einführen.[8] In der speziellen Relativitätstheorie gilt Gleichzeitigkeit bloss noch relativ zu einem Bezugssystem und ist damit keine Äquivalenzrelation mehr, womit auch die Einführung einer objektiven, räumlich ausgedehnten Gegenwart problematisch wird. Die Zeit ergibt in diesem Fall bloss noch eine partielle Ordnung auf der Menge aller Ereignisse.[9] Die ART ist topologisch gesehen sehr promiskuitiv und lässt zum Beispiel auch geschlossene kausale Kurven zu (Smeenk und Wüthrich 2011). Damit ist die Zeit im allgemeinen bestenfalls noch eine Quasiordnung auf der Menge aller Ereignisse.[10] In der wichtigen Klasse der Raumzeiten mit einer Topologie, die eine Foliation in „Raum“ und „Zeit“ zulässt, kann in diesen Fällen immer noch eine partielle zeitliche Ordnung definiert werden. Weil eine solche Topologie in der LQG gerade vorausgesetzt wird, könnte man deshalb meinen, dass die Schwierigkeiten mit der Zeit damit gemildert werden: immerhin scheint es möglich, die Zeit als partielle Ordnung zurückzuerhalten. Weit gefehlt! Zeit und Veränderungen gehen in einem wichtigen und gleich zu erläuternden Sinne in der Hamiltonschen ART und in darauf basierenden QTG auf der fundamentalen Ebene völlig verloren.

Als Indikation für die folgenreiche Absenz einer Zeit in kanonischen Theorien der QG kann gelten, dass die sogenannte Wheeler-DeWitt-Gleichung, die formal der Schrödingergleichung ähnelt, auf der rechten Seite statt wie in der Schrödingergleichung die zeitliche Ableitung des Quantenzustandes bloss eine Null enthält. Erstens fehlt damit in der „dynamischen“ Gleichung ein Zeitparameter, und zweitens kann aus dem Verschwinden der zeitlichen Ableitung in der Gleichung die Nichtexistenz von zeitlichen Veränderungen geschlossen werden. Vielleicht sollte diese Konsequenz nicht allzu überraschend sein, da doch die Zeit Teil des physikalischen Systems ist, das quantisiert wird. Formal gesehen äussert sich dieses

[8] Genauer muss gesagt werden, dass die Zeit als totale Ordnung auf der durch die Gleichzeitigkeit induzierten Quotientenmenge verstanden wird. Eine *totale Ordnung* ist eine auf einer Menge definierte zweistellige Relation, die reflexiv, transitiv, antisymmetrisch und „vergleichbar“ ist; *vergleichbar* heisst, dass alle geordneten Paare von Elementen der Menge oder deren Umkehrung in dieser Relation stehen.

[9] Eine *partielle Ordnung* ist eine auf einer Menge definierte zweistellige Relation, die reflexiv, transitiv und antisymmetrisch ist, aber nicht vergleichbar: in einer partiell geordneten Menge gibt es Paare von Elementen, die die Relation nicht exemplifizieren.

[10] Eine *Quasiordnung* ist eine auf einer Menge definierte zweistellige Relation, die reflexiv und transitiv, im allgemeinen aber nicht mehr antisymmetrisch ist: in einer quasigeordneten Menge gibt es Paare von Elementen, die die Relation in beiden Ordnungen (sic) exemplifizieren ohne dass sie in irgendeinem Bezugssystem gleichzeitig wären.

Problem der Zeit darin, dass die Reparametrisierung der (Raum-)Zeit eine sogenannte *Eichsymmetrie* der Theorie ist. Diese Eichsymmetrie wird in den Zwangsbedingungen, die im Abschnitt 3 diskutiert wurden, ausgedrückt. Eichsymmetrien treten dann auf, wenn mathematisch distinkte Modelle physikalisch identische Situationen repräsentieren. Mit andern Worten lässt sich damit sagen, dass allfällige Veränderungen in der Hamiltonschen ART und der kanonischen QG reine Redundanzen der Repräsentation sind, weil die entsprechende Eichsymmetrie durch die Hamiltonfunktion selbst generiert wird. Veränderungen sind damit bloss scheinbar und alle genuinen physikalischen Grössen müssen damit Bewegungskonstanten sein. So schlägt Parmenides zurück.[11]

Trotz dieser kontraintuitiven Conclusio nehmen viele PhysikerInnen und auch zunehmend PhilosophInnen der Physik wie beispielsweise John Earman (2002) diese sehr ernst. Mit gutem Recht, schliesslich ist jeder Schritt der Gedankenführung doch wohlmotiviert und die Methode der kanonischen Quantisierung liefert einen mathematisch recht wohlkontrollierten Pfad und ist erfolgreich auf andere klassische Theorien wie zum Beispiel die Elektrodynamik angewendet worden. Damit kann auch eine Hamiltonsche Formulierung der ART nicht einfach als physikalisch irrelevant oder philosophisch fehlgeleitet verworfen werden, wie das Tim Maudlin (2002) zu tun scheint.

Auf dem Markt sind viele verschiedene Ansätze erhältlich, wie denn mit dem Problem der Zeit umgegangen werden soll—was sich auch in der Anzahl und Verschiedenheit der Einsendungen zum Essaywettbewerb zum Thema „Zeit“ niedergeschlagen hat, der vom *Foundational Questions Institute* (FQXi) organisiert wurde.[12] Wie verschieden die eingereichten Vorschläge auch sein mögen, sie stimmen weitgehend darin überein, dass substantielle Fortschritte nur dann werden erzielt werden können, wenn ein besseres Verständnis der Zeit und der Dynamik in der Quantengravitation erreicht wird.

Das Problem ist aber nicht nur wegen seiner Wichtigkeit in der fundamentalen Physik bedeutend, sondern wirft auch grundlegende philosopische Fragen auf. Wenn nämlich die Konsequenzen des Argumentes akzeptiert werden, bleibt eine nicht unbedeutende explanatorische Bringschuld zurück: es bleibt eine Erklärung dafür geschuldet, wie es sein kann, dass unserer von Veränderungen durchsetzten Welt eine atemporale, nicht-dynamische fundamentale Struktur zugrunde liegt. Natürlich ist es zumindest denkbar, dass sämtliche uns dynamisch erscheinenden Phänomene bloss Artefakte unserer Wahrnehmung sind. Aber auch wenn das so ist, muss dies letztlich erklärt werden, wenn auch vielleicht weder von der Physikerin noch vom Philosophen, sondern eher von der kognitiven Psychologin. Wenn sich aber unsere bisherigen physikalischen Theorien nicht insofern grundlegend täuschen, als dass sie die Möglichkeit objektiver, bewusstseinsunabhängiger Dynamik annehmen, scheint es vielversprechender, die Erklärung in einem vertieften Verständnis der Beziehung zwischen der uns zugänglicheren makroskopischen Physik und der zeitlosen fundamentalen Struktur zu suchen.

---

[11]Kiefer thematisiert das Problem der Zeit in seinem Beitrag ebenfalls. Callender (2010) liefert einen sehr zugänglichen Artikel zum Thema.

[12] Vgl. z.B. Barbour (2008), Kiefer (2008) und Rovelli (2008).

Genau damit beschäftigt sich das zweite Thema dieses Abschnitts. In vielen Ansätzen zur QG gibt es Anzeichen, wonach nicht bloss die Zeit, sondern auch der Raum nicht mehr als fundamentales Objekt der physikalischen Realität verstanden wird, sondern bloss ein „emergentes" Phänomen ist, das aus der grundlegenden Physik erwächst.[13] In der Sprache der Physik werden damit Raumzeittheorien wie beispielsweise die ART zu „effektiven Theorien" und die Raumzeit von denen sie handeln „emergent". Dies sollte in exakter Analogie zur Thermodynamik, die auch bloss effektiv und nicht fundamental ist, und zur emergierenden Temperatur, die auf dem kollektiven Verhalten der als fundamental angesehenen „Teilchen" der statistischen Physik superveniert, verstanden werden. Was für die Temperatur vielleicht mal überrascht hatte, wirft für die Raumzeit unsere grundlegendsten, wenn oft auch bloss impliziten, Annahmen über physische Existenz überhaupt über den Haufen: was ist denn physische Existenz anderes als die Existenz in Raum und Zeit? Zudem setzen fast alle physikalischen Theorien Raum und Zeit als vorhanden voraus, wie dies auch Theorien in der Metaphysik—zum Beispiel von materieller oder personaler Identität oder von Kausalität—tun. Insbesondere wird dabei angenommen, dass die Raumzeit essentiell ein Kontinuum ist. Der Rest dieses Abschnitts soll klären, inwiefern die Raumzeit in der LQG als Element der basalen Ontologie zu Gunsten einer zumindest nicht offensichtlich raumzeitlichen Struktur weicht und weshalb es von zentraler Bedeutung ist, genau zu verstehen, wie die allgemein-relativistische Raumzeit aus dieser fundamentalen Struktur in einem niederenergetischen Limes wieder hervorgeht.

Wir haben in Abschnitt 3 gesehen, dass es gute Gründe gibt, gewisse Operatoren, die auf dem kinematischen Hilbertraum definiert sind, dahingehend zu interpretieren, als dass deren Eigenwerte mögliche Messwerte von geometrischen Grössen wie das Volumen eines Stücks Quantenraum angeben. Weil deren Spektren diskret sind, haben wir dann gefolgert, dass der Raum und die Zeit körnig sind und nicht beliebig klein zerstückelt werden können. Die physikalischen Strukturen der LQG ähneln also denjenigen der ART recht wenig. Die Situation in vielen andern Ansätzen zur QG ist insofern vergleichbar, als dass diese auch die Diskretheit der basalen Struktur entweder axiomatisch annehmen, oder diese aus physikalisch inäquivalenten Annahmen ableiten. In diesem Zusammenhang treten zwei Probleme auf, die als sozusagen duale Aspekte derselben Schwierigkeit verstanden werden können: einerseits bleibt der klassische Grenzwert der LQG mathematisch gesehen unverstanden, andererseits ist das konzeptionelle Problem, die Kohärenz einer physikalischen Theorie in Abwesenheit von Raum und Zeit sicherzustellen und deren Bedeutung zu erfassen, ungelöst. Obwohl es natürlich nicht Aufgabe der Philosophie sein kann, die damit verbundenen technischen Schwierigkeiten zu lösen, so kann sie doch der Physik eine begriffliche Landkarte an die Hand geben, die durch die reiche philosophische Literatur zu Emergenz und intertheoretischer Reduktion alimentiert wird.

Weshalb aber ist die Gewinnung des klassischen Grenzwertes überhaupt wichtig? Um diese Frage zu beantworten, schauen wir uns zunächst die andere Richtung an: von

[13] Obwohl die genaue Natur der Beziehung zwischen fundamentaler Struktur und „emergenter" Raumzeit gerade Objekt der Analyse ist, sollte die Verwendung von „emergent" nicht im starken Sinne der Philosophen verstanden werden, wonach die Erklärbarkeit der Raumzeit auf der Grundlage der fundamentalen Physik prinzipiell ausgeschlossen wäre.

der klassischen Theorie—in diesem Fall die ART—zur Quantentheorie—hier die LQG. Wie in §3 ausgeführt wurde wird dabei ein Quantisierungsverfahren angewendet. Dieses Verfahren kann also als eine Art „Entdeckungszusammenhang" im Sinne Reichenbachs verstanden werden, da es den Kontext der Entstehung der Quantentheorie zumindest im mathematischen Sinn vorgibt. Die entgegengesetzte Richtung, die von der Quantentheorie ausgeht und versucht, die klassische Theorie auf eine prinzipiengeleitete Art und Weise aus der fundamentalen Theorie wiederzugewinnen, ist eben diejenige des klassischen Grenzwertes. Das Verständnis dieses Grenzwertes ist deshalb wichtig, weil er als wichtiger Bestandteil des Rechtfertigungszusammenhangs gilt. Eine neue Theorie, die eine alte verdrängen will, muss nicht bloss qualitativ oder quantitativ bessere Vorhersagen machen oder tiefergreifende Erklärungen der Phänomene liefern, sondern auch erklären können, weshalb die alte Theorie so erfolgreich war, wie sie das eben war. Genau das geschieht mit dem klassischen Grenzwert: wenn wir genau verstehen, wie die alte Theorie aus der neuen auf eine prinzipiengeleitete Weise hervorgeht, dann sollte damit auch begründet sein, weshalb die Vorgängertheorie in einem bestimmten phänomenalen Bereich annähernd wahr ist und deshalb mit Erfolg angewendet werden kann. Als Einstein die ART begründete, richtete er eines der Hauptaugenmerke darauf, dass für schwache Gravitationsfelder in einer mathematisch wohlverstandenen Weise die ART in die Newtonsche Gravitationstheorie übergeht. Das ist eben deshalb von grosser Bedeutung, weil Newtons Gravitationstheorie für schwache Gravitationsfelder eine sehr gute Annäherung darstellt und mit grossem Erfolg angewendet wurde und wird.

Aus völlig analogen Gründen ist es deshalb für eine QTG auch unerlässlich, dass in einem wohldefinierten Annäherungsverfahren die ART zurückgewonnen werden kann. Dabei kann dieses Verfahren nicht einfach als einfacher mathematischer Limes aufgefasst werden, da die Zustände und Observablen der Quantentheorie nicht in eine bijektive Korrespondenz zu den klassischen Zuständen und Grössen der ART zu bringen sind. Vielmehr braucht es dazu zunächst einen Schritt, der auf eine prinzipielle Weise sowohl eine Untermenge aller Quantenzustände wie auch eine Untermenge aller Observablen aussucht und erst die Elemente dieser Untermengen durch eine Reihe von mathematischen Grenzwerten zu den klassischen Zuständen und Grössen in Beziehung zu setzen versucht. Auch wenn das grobe Prozedere bekannt ist (Butterfield und Isham 1999, 2001), so stellt es sich als alles andere als einfach heraus, dieses auch im Detail für die LQG herauszuarbeiten (Wüthrich 2006, Kapitel 9). Ohne auf Details einzugehen, kann gesagt werden, dass—vielleicht etwas überraschenderweise—doch wieder dieselben Problemstellungen auftauchen wie sie bereits in unseren Versuchen, das Verhältnis zwischen nichtrelativistischer Quantenmechanik und klassischer Mechanik zu verstehen, auftreten. Insbesondere tritt auch eine Schwierigkeit analog zum Messproblem in der nichtrelativistischen Quantenmechanik auf, in dem es letztlich darum geht, wie denn die klassische Welt mit ihren definiten Grössen aus der Unbestimmtheit der Quantenwelt hervorgehen kann.[14]

Philosophen haben gerade zur Klärung des Messproblems in der nichtrelativistischen Quantenmechanik in den letzten zwanzig Jahren sehr viel beigetragen. Wie vielleicht nicht anders zu erwarten, besteht der philosophische Beitrag dabei in erster Linie aus

[14] Vgl. Esfelds Beitrag zum Messproblem und §2 in Kiefers Beitrag.

einer schärferen Formulierung des Problems, und nicht aus dessen Lösung. Die Hoffnung besteht also, dass es im vorliegenden Fall nicht anders sein wird. Und auch wenn sich diese Hoffnung nicht erfüllen sollte, so ist doch ein genaues Studium der Theorien der Quantengravitation auch für unsere Metaphysik von Raum und Zeit fruchtbar; oder zwingt uns vielleicht vielmehr dazu, unsere Metaphysik auch ohne Raum und Zeit aufzubauen.

Verdankungen

Ich möchte Claus Kiefer, Manfred Stöckler und Fritz Wüthrich für ihre Kommentare zu einer früheren Fassung dieser Arbeit danken. Die Arbeit zu diesem Aufsatz wurde teilweise durch eine „Collaborative Research Fellowship“ des American Council of Learned Societies, durch eine „UC President’s Fellowship in the Humanities“ der University of California und durch einen „Arts and Humanities Initiative Award“ der University of California, San Diego finanziert.

Literaturverzeichnis

Albers, Mark, Claus Kiefer und Marcel Reginatto, „Measurement analysis and quantum gravity", *Physical Review* D**78**: 064051.

Barbour, Julian (2008), „The nature of time“, zu finden unter www.fqxi.org/community/forum/topic/360.

Butterfield, Jeremy und Chris Isham (1999), „On the emergence of time in quantum gravity“, in Jeremy Butterfield (Hrg.), *The Arguments of Time*, Oxford: Oxford University Press, 111-168.

Butterfield, Jeremy und Chris Isham (2001), „Spacetime and the philosophical challenge of quantum gravity“, in Callender und Huggett (Hrg.), 33-89.

Callender, Craig (2010), „Is time an illusion?“, *Scientific American* Juni: 58-65.

Callender, Craig und Nick Huggett (2001) (Hrg.), *Philosophy Meets Physics at the Planck Scale*, Cambridge: Cambridge University Press.

Earman, John (2002), „Thoroughly modern McTaggart, or what McTaggart would have said if he had read the general theory of relativity“, *Philosophers Imprint* **2**/3.

Einstein, Albert (1916), „Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie“, *Annalen der Physik* **49**: 769-822.

Ehlers, Jürgen (2007), „General Relativity", *Lecture Notes in Physics* **721**: 91-104.

Giulini, Domenico (2007), „Remarks on the notions of general covariance and background independence", *Lecture Notes in Physics* **721**: 105-120.

Huggett, Nick und Craig Callender (2001), „Why quantize gravity (or any other field for that matter)?“, *Philosophy of Science* **68**: S382-S394.

Kiefer, Claus (2008), „Does time exist in quantum gravity?“, zu finden unter www.fqxi.org/community/forum/topic/265.

Maudlin, Tim (2002), „Thoroughly muddled McTaggart or how to abuse gauge freedom to create metaphysical monstrosities“, *Philosophers Imprint* **2**/4; mit einer Replik von John Earman.

Rovelli, Carlo (2004), *Quantum Gravity*, Cambridge: Cambridge University Press.

Rovelli, Carlo (2008), „Forget time“, zu finden unter www.fqxi.org/community/forum/topic/237.

Smeenk, Chris und Christian Wüthrich (2011), in Craig Callender (Hrg.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Time*, Oxford: Oxford University Press, 577-630.

Thiemann, Thomas (2007), *Modern Canonical Quantum General Relativity*, Cambridge: Cambridge University Press.

Wald, Robert M. (1984), *General Relativity*, Chicago: University of Chicago Press.

Will, Clifford M. (2006), „The confrontation between general relativity and experiment“, *Living Reviews in Relativity* **9**/3.

Wüthrich, Christian (2005), „To quantize or not to quantize: fact and folklore in quantum gravity“, *Philosophy of Science* **72**: 777-788.

Wüthrich, Christian (2006), *Approaching the Planck Scale from a Generally Relativistic Point of View*, Dissertation, University of Pittsburgh.

Wüthrich, Christian (2011), „A la recherche de l'espace-temps perdu“, wird erscheinen in Soazig LeBihan (Hrg.), Sonderausgabe von *Matière Première, Revue d'Epistémologie et d'Etudes Matérialistes*.