Bohm et variables «cachées»

Christian Wüthrich

http://www.wuthrich.net/

BA7 Introduction à la philosophie de la physique: mécanique quantique

Remerciements pour la traduction et des commentaires: Augustin Baas

David Bohm (1917-1992)

- Doctorat à Berkeley 1943
- Princeton, U of Sao Paolo, Technion Haifa, U Bristol, Birkbeck College London
- En 1949, la «House Un-American Activities Committee» appela Bohm pour témoigner, mais il invoqua le 5ème amendment (droit de refuser de témoigner) car il ne voulait pas témoigner au sujet d'aucun de ses collègues
- fut arrêté en 1950 pour refus de coopération avec le Comité, mais acquitté en 1951
- Princeton refuse de le réintégrer, en dépit des recommandations d'Einstein

La théorie de Bohm en un mot

Albert, Ch. 7.

- presque le même contenu empirique que la MQ standard
- dans l'ensemble le même appareillage mathématique
- métaphysique: "tout particule matérielle dans le monde a dans toute condition une position parfaitement déterminée." (Albert, 134)
- une dynamique déterministe
- La dynamique n'est probabiliste qu'en apparence, du fait de limitations épistémiques.

⇒ donne aux probabilités le même rôle qu'en physique classique

- Les fonctions d'onde sont considérées comme des entités physiques (bien que distinctes des particules) – et non comme une représentation mathématique de l'état du système.

- Les fonctions d'onde sont des entités physiques dont les propriétés sont leur amplitudes à chaque point de l'espace.
- L'évolution dynamique est complétée gouvernée par l'équation linéaire de Schrödinger, sans épisodes non-linéaires d'effondrement.
- Les fonctions d'ondes «poussent les particules autour».
- Des lois additionnelles dans la théorie pour décrire comment les particules sont poussées ou «guidées».
- Mais, un instant!: von Neumann (1932) et Bell (1964) n'ont-ils pas prouvés qu'il ne peut y avoir de théories à VC??

L'argument classique de von Neumann's, le théorème de Bell

- von Neumann (1932, 325 of English tr.) avança qu'une théorie à VC ne pourrait jamais avoir les mêmes prédictions statistiques que celles de la MQ.
- Bell (selon Mermin 1993, 805): faux, les hypothèses de von Neumann sur la théorie à VC sont fortes sans raisons, si fortes que Bell déclara: «La preuve de von Neumann est non pas seulement fausse mais folle!»
- OK, donc von Neumann s'attaqua à un épouvantail, mais Bell (1964) ne mit-il pas fin aux théories à VC?
- Wigner (1976): «À mon avis, l'argument le plus convainquant donné contre les théories à VC fut donné par J.S. Bell (1964).»
- Sauf que... ce n'était pas un argument contre les théories à VC!
- En fait, le théorème de Bell concerne seulement les théories locales et la violation des inégalités de Bell, prédite par la MQ, établit la non-localité (mais cela vous le saviez déjà, n'est-ce pas?).

Définition du cadre

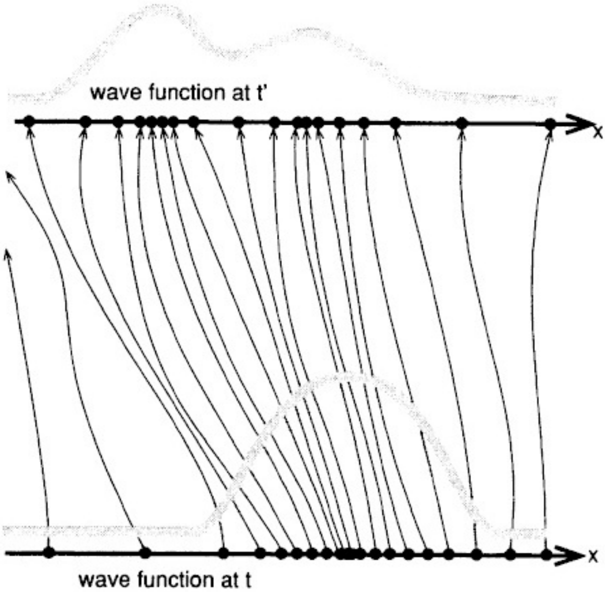
- La vitesse d'une particule est donnée par la valeur de la vitesse de la fonction $V(x)$ à la position x.
- Cette fonction est évaluée au point P où la particule est localisée à cet instant.
- Pour toute particule, à tout instant, $V(x)$ est donnée par la fonction d'onde à cet instant au moyen de l'algorithme $V[...]$.
- Pour une particule sans structure à une dimension, la fonction de vitesse à cet instant particulier est égale à la fonction $V[\psi(x)]$ où $\psi(x)$ est la fonction d'onde de la particule à ce même instant.

$\Rightarrow$ «La position d'une particule et sa fonction d'onde à tout instant peut en principe être calculée avec certitude... d'après sa position et sa fonction d'onde à n'importe quel autre instant, étant données les forces extérieures auxquelles la particule est soumise dans l'interval entre ces deux instants." (Albert, 137)

La métaphore de l'essaim

Imaginez un gigantesque de particules, distribués à l'instant initial t, en parfait accord avec $\psi(x)$, i.e. la densité de particules le long de l'axe x est à tout endroit égale au carré de la valeur absolue de la fonction d'onde à t, $\psi(t, x)$.

> *«If that's so (and this is the punch line), then it can be shown to follow from the dynamical equations of motion for the wave function and from the form of the algorithm for the calculation of the velocity functions that the density in space of the positions in the later swarm (no matter what later time t' happens to be) will likewise be everywhere equal to the square of the absolute value of the wave function then (at the later time)... What happens... is that the particle gets carried along with the flows of the quantum-mechanical probability amplitude in the wave function, just like... a cork floating on a river.» (138f)*


wave function at t'
x
x
wave function at t

Le postulat statistique

Un postulat principal dans la théorie de Bohm:

Postulat (Le postulat statistique)

«[s]i on vous donne au temps présent la fonction d'onde d'une certaine particule, et si on vous ne donne pas d'informations supplémentaires sur les positions des autres particules, alors ... ce qui pourrait être supposer RR... est... que la probabilité que la particule au temps présent est localisée à n'importe quel point de l'espace est égale au carré de la valeur absolue de sa fonction d'onde en ce point au temps présent.» (Albert, 140)

⇒ Le postulat garantit que la théorie de Bohm implique exactement ce que les principes C et D impliquent au sujet des probabilités de trouver des particules à n'importe quelle position et à n'importe quel temps futur.

Extension à plus d'un degré de liberté

- L'extension aux aux trois dimensions spatiales est simple: la fonction d'onde prend des valeurs dans trois dimensions, and nous avons besoin de trois algorithmes pour calculer les vitesses dans toutes les dimensions spatiales.
- L'extension pour inclure les propriétés de spin: les propriétés de spin, dans cette approche, sont des propriétés mathématiques des fonctions d'ondes qui ne jouent aucun rôle dans la détermination des vitesses (les vitesses sont déterminées à partir seule de la partie de la fonction d'onde en espace de coordonnées):

$$V_i(x,y,z) = V_i[|\text{p.e. noir}\rangle|\psi(x,y,z)\rangle] = V_i[\psi(x,y,z)] \quad (1)$$

- Si le système est dans un état non-séparable entre les degrés de liberté de spin et de coordonnées, par exemple

$$\alpha|\text{noir}\rangle|\psi(x,y,z)\rangle + \beta|\text{blanc}\rangle|\phi(x,y,z)\rangle, \quad (2)$$

alors chacune des parties de la fonction d'onde en espace de coordonnées contribue, selon leur «poids», pour déterminer les fonctions de vitesse:

$$V_i(x,y,z) = \frac{|\alpha\psi(x,y,z)|^2 V_i[\psi(x,y,z)] + |\beta\phi(x,y,z)|^2 V_i[\phi(x,y,z)]}{|\alpha\psi(x,y,z)|^2 + |\beta\phi(x,y,z)|^2}$$

- L'extension aux systèmes multipartites est un peu plus compliquée. Avançons pas à pas.
- Supposez que $|\psi_{1,2}\rangle$ est un état quantique quelconque d'un système bipartite, $|\hat{X}_1 = x_1, \hat{X}_2 = x_2\rangle$ représente l'état du système quand la première particule est localisée à x_1 (dans l'espace 3-d) et la seconde à x_2.

$\Rightarrow$ La fonction d'onde à deux particules associée à l'état $|\psi_{1,2}\rangle$ est donnée par une fonction de x_1 et x_2:

$$\psi(x_1, x_2) = \langle\psi_{1,2}|\hat{X}_1 = x_1, \hat{X}_2 = x_2\rangle.$$

- La fonction d'onde bipartite peut être regardée comme une fonction de la position dans un espace à 6 dimensions (d'une certaine manière plus abstrait), les trois premières pour la position de la particule 1 et les trois suivantes pour la position de la particule 2.

⇒ Un point dans cet espace à 6 dimensions représente des positions particulières pour les deux particules.

- «Les lois de la théorie de Bohm pour des systèmes à deux particules, qui spécifie exactement comment les fonctions d'onde à deux particules poussent de telles paires de particules, sont formulées comme si c'était une particule unique qui était poussée dans un espace à 6 dimensions.» (143)

- Les vitesses données par l'algorithme à partir des fonctions de vitesses des positions du système à deux particules dans un espace à 6 dimensions:

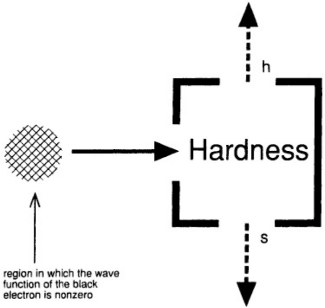
$$V_i(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2) = V_i[\psi(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2)],$$

ou $i = x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$.

- Le postulat statistique se généralise aisément pour établir que la théorie de Bohm implique exactement les mêmes prédictions que les versions à deux particules des postulats C et D de la MQ ordinaire au sujet des probabilités de trouver les particules à des positions particulières dans l'espace à 3d.
- Ceci «peut être construit en spécifiant quelque chose sur les conditions initiales de l'univers;... quelque chose comme ce que Dieu fit quand il créa l'univers fut d'board de choisir la fonction d'onde de l'univers et disperser les particules dans l'espace en accord avec les probabilités de la MQ, puis de laisser tout cela évoluer à jamais de façon déterministe.» (144f)

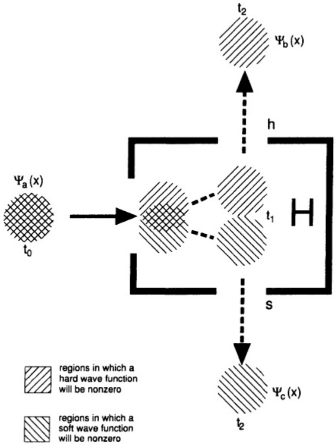
Application à des situations concrètes de mesures

- Considérez des mesures avec des boîtes de spin.
- Point principal: «toutes les futures positions de cet électron... peuvent en principe être déterminés, avec certitude, à partir de sa position présente» (145) (y compris l'ouverture par laquelle l' e^- sort de la boîte de spin)



$$|\text{noir}\rangle|\psi_a(x)\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{dur}\rangle|\psi_b(x)\rangle + |\text{mou}\rangle|\psi_c(x)\rangle) \tag{3}$$

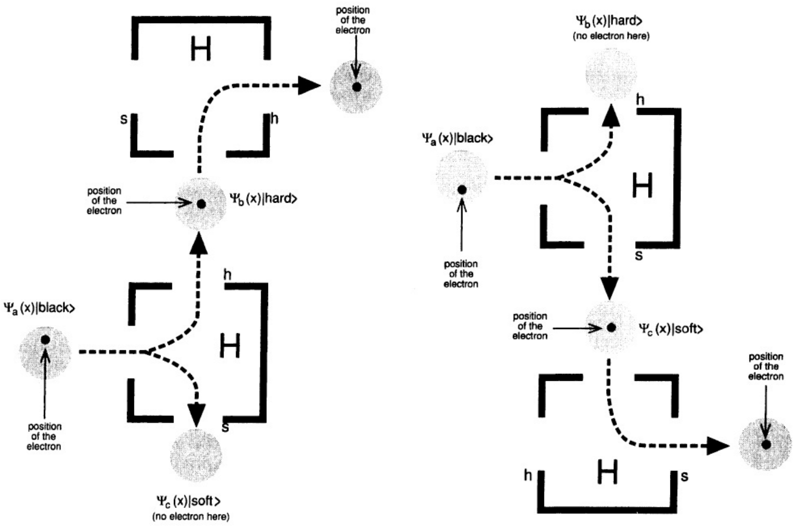
(Les indices des fonctions d'onde indique la région où elles prennent des valeurs non-nulles)



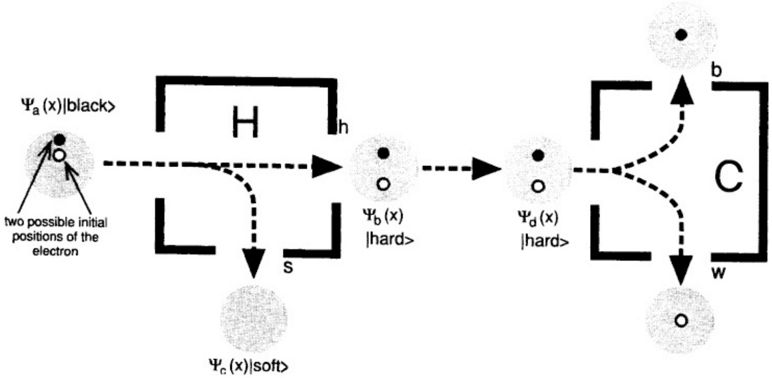
Quelque soit l'endroit exact auquel la particule se trouve être, il sera transmis par les «courants locaux» des amplitudes de probabilité quantiques. Ceci entraîne, sans perte de généralités, que,

> *«dans l'éventualité où l'électron arrive dans la moitié supérieure de la région où $\psi_a(x)$ est non-nulle, alors il émergera à la fin par l'ouverture dure de la boîte; et dans l'éventualité où l'électron arrive dans la moitié inférieure de la région où $\psi_a(x)$ est non-nulle, alors il émergera à la fin par l'ouverture basse de la boîte.» (147)*

Si l'e^- sort par l'ouverture dur (mou), puis rentre dans une autre boîte de dureté (sans autoriser que les branches dur et mou de la fonction d'onde ne soient réunies), il sortira, avec certitude, par l'ouverture dur (mou) de la seconde boîte, parce que entre les boîtes il se déplace dans les régions de l'espace dans lesquelles l'amplitude de la partie mou (dur) de la fonction d'onde est nulle:

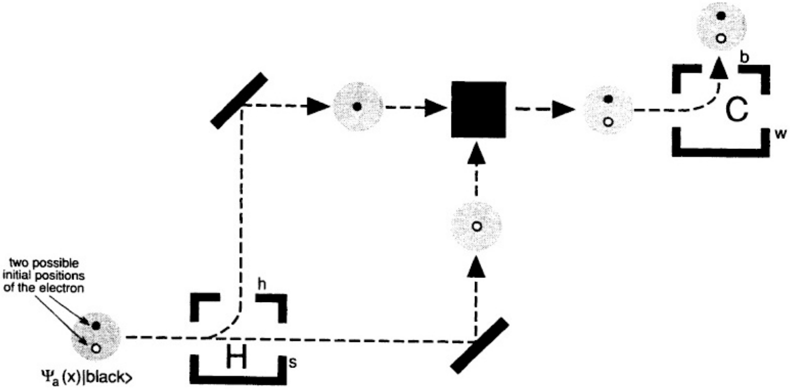

position
of the
electron
H
s
h
position
of the
electron
Ψb (x)|hard>
h
Ψa (x)|black>
H
s
position
of the
electron
Ψc (x)|soft>
(no electron here)
Ψb (x)|hard>
(no electron here)
h
Ψa (x)|black>
H
s
position
of the
electron
position
of the
electron
Ψc (x)|soft>
position
of the
electron
h
H
s

Que se passe-t-il ici?



L'expérience à deux chemins

Si aucune paroi n'est introduite sur le chemin:



Une subtilité

- Toutefois, si une paroi est introduite le long d'un des deux chemins, alors certaines des positions initiales de l'e$^-$ sont telles que si l'e$^-$ occupait l'une d'elles, il serait arrêté par la paroi et ne pourrait pas atteindre la boîte de réunification.
- Dans ce cas, il y aurait d'autres positions initiales pour lesquelles l'e$^-$ sortira finalement par l'ouverture blanc (et pour encore d'autres positions initiales par l'ouverture noir).
- Mais cela est curieux: quand il n'y a pas de mur, pour toutes les positions initiales dans la région *a* l'électron sortirait finalement par l'couverture noir, mais ce n'est plus le cas pour toutes les positions dans *a* en présence de la paroi!

Une autre curiosité: la contextualité

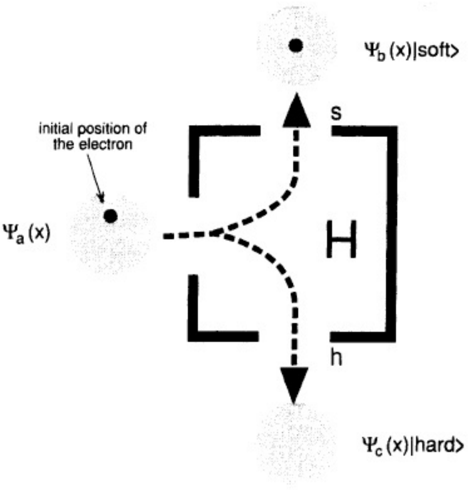
- Dans le montage original, nous avions

$$|\text{noir}\rangle|\psi_a(x)\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{dur}\rangle|\psi_b(x)\rangle + |\text{mou}\rangle|\psi_c(x)\rangle).$$

- Mais si on tourne la boîte de dureté tel que les orientations soient changées (comme indiqué sur la diapositive suivante) l'e^- évolue selon

$$|\text{noir}\rangle|\psi_a(x)\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{mou}\rangle|\psi_b(x)\rangle + |\text{dur}\rangle|\psi_c(x)\rangle).$$

- Le chemin de la particule à travers la boîte est exactement le même – comme si la boîte n'avait pas été tournée!
- En d'autres mots, si l'e^- est initialement dans la moitié haute (basse) de la région où $\psi_a(x)$ ne s'annule pas, il est à présent enregistré comme mou (dur), soit le résultat opposé que celui obtenu quand la boîte n'est pas tournée.


initial position of the electron
$\Psi_a(x)$
$\Psi_b(x)|soft\rangle$
s
H
h
$\Psi_c(x)|hard\rangle$

«And so (even though this is a completely deterministic theory) the outcome of this sort of «measurement» of the hardness of an electron will in general not be pinned down in this theory even by means of a complete specification of the electron's position and its wave function, which is (after all) everything there is to be specified about that electron. The outcome of such a hardness measurement is in general going to depend, on this theory, on precisely how and under precisely what circumstances the hardness gets measured, even down to the orientation of the hardness box in space.» (154)

> *«And so it doesn't quite make sense, in general, on this theory, to think of hardness as an intrinsic property of electrons or of their wave functions... Properties like that... have come to be referred to in the literature... as contextual. And it turns out that... every one of the traditional quantum-mechanical observables of particles other than position are contextual properties on this theory too...* [T]*here are theorems... to the effect that any deterministic replacement for quantum mechanics whatever will invariably have to treat certain such observables as contextual ones.» (155)*

Nota bene: les propriétés associées au vecteur propre ne sont pas prises par la particule contextuellement quand elle est dans un état propre.

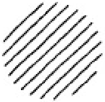
(Théorèmes: Gleason 1957, Kochen et Specker 1967)

La non-localité dans la théorie de Bohm

- Non-localité: en général, chacune des six fonctions de vitesse dépendra de la position du système bipartite dans l'espace à 6d (si l'état est non-séparable entre les particules)
- Considérez une paire (non-séparable) EPR des e^- (la partie de la fonction d'onde en espace de coordonnées est séparable, la partie de spin est non-séparable):

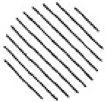
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathrm{dur}\rangle_1|\psi_a(x)\rangle_1|\mathrm{mou}\rangle_2|\psi_f(x)\rangle_2 - |\mathrm{mou}\rangle_1|\psi_a(x)\rangle_1|\mathrm{dur}\rangle_2|\psi_f(x)\rangle_2)$$

$\Psi^1_a(x)$



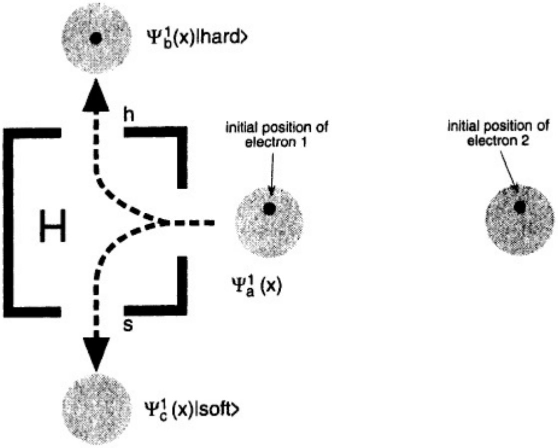
The coordinate-space wave function of electron 1

$\Psi^2_f(x)$



The coordinate-space wave function of electron 2

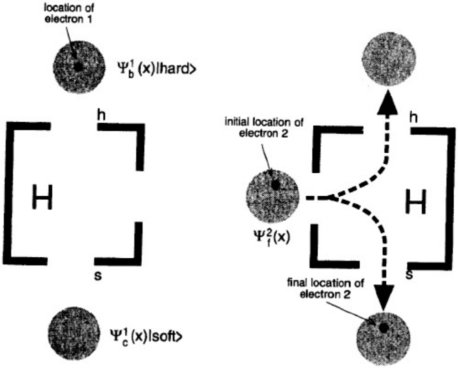
Supposez que le premier e^- passe au travers de la boîte de dureté (droite et haut):



$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{dur}\rangle_1|\psi_b(x)\rangle_1|\text{mou}\rangle_2|\psi_f(x)\rangle_2 - |\text{mou}\rangle_1|\psi_c(x)\rangle_1|\text{dur}\rangle_2|\psi_f(x)\rangle_2)$$

- Puisque l'e$^-$ était dans la moitié supérieure de $\psi_a^1(x)$ et est donc sorti par l'ouverture dur de la boîte gauche, le second terme dans la superposition précédente est nul.

$\Rightarrow$ La seconde branche n'a aucun effet sur le mouvement des deux e$^-$, i.e. «l'electron 2 se comportera dans tous les cas comme si la fonction d'onde est purement mou.» (157)



Non-localité concrète

Une forme concrète de non-localité, d'action à distance:

> *«even though the wave function evolves here entirely in accordance with the linear dynamical equation of motion, the passage of electron 1 through the hardness box brings about... an effective collapse of the wave function of the entire two-electron system, instantaneously, no matter how far apart they may happen to be or what may happen to lie between them.» (158)*

La tension avec la relativité restreinte (RR)

- Si on nous donne les positions des particules EPR ET la fonction d'onde du système bipartite, alors nous pourrions transmettre instantanément une information significative sur de grandes distances. (Pourquoi?)

⇒ violation de la RR (qui interdit les signaux superluminaux)

- Cette communication instantanée demanderait un référentiel privilégié, ou, en d'autres mots, une simultanéité absolue.
- Mais si on nous donne seulement la fonction d'onde du système bipartite (qui est tout ce qui PEUT nous être donné, on peut montrer que quoique ce soit violerait la MQ; cf. 164-9), alors la communication instantanée est impossible.
- De plus, il serait impossible de determiner quel référentiel est en fait le référentiel privilégié.
- «[T]aking Bohm's theory seriously will entail being instrumentalist about special relativity.» (161)

Real collapse vs. effective collapse

«[T]he business of... empirically confirming that as a matter of fact [the determinateness e.g. of the hardness of an electron] is merely effective, and that nothing has actually collapsed, will be... quite fantastically difficult... Bohm's theory is going to make things look (for all practical purposes) as if wave functions do collapse when we do measurements with instruments with macroscopic pointers... even though it can in principle be empirically confirmed (on this theory) that in fact they don't occur at all... the statistical postulate will... entail that the epistemic probabilities of the various possible effective collapses... will all be precisely the same as the ontic probabilities of the corresponding actual collapses... in quantum mechanics.» (163f)

In conclusion

«This is the kind of theory whereby you can tell an absolutely low-brow story about the world... in which the whole universe always evolves deterministically and which recounts the unfolding of a perverse and gigantic conspiracy to make the world appear to be quantum-mechanical.

«And that conspiracy works... like this: Bohm's theory entails everything that quantum mechanics entails... about the outcomes of measurements of the positions of particles in isolated microscopic physical systems; and moreover it entails that whenever we carry out a measurement of any quantum-mechanical observable whatever, then... the measured system... will subsequently evolve just as if that system's wave function has been collapsed, by the measurement, onto an eigenfunction... of the measured observable, even though as a matter of fact is hasn't been; and it also entails that the probabilities of those 'collapses' will be precisely the familiar quantum-mechanical ones.» (169f)